

# Détection d'exoplanètes à l'aide de méthodes des moments

Florent CHATELAIN<sup>1</sup>, André FERRARI<sup>2</sup>, Jean-Yves TOURNERET<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IRIT/ENSEEIH/TSa

2 rue Charles Camichel, BP 7122, 31071 Toulouse cedex 7, France

<sup>2</sup>LUAN/Université de Nice-Sophia-Antipolis

06108 Nice cedex 2, France

{florent.chatelain, jean-yves.tourneret}@enseeiht.fr, ferrari@unice.fr

**Résumé** – L'article étudie l'estimation des paramètres de l'amplitude complexe du front d'onde à partir de mesures d'intensités faible-flux. Un objectif de ce travail est la détection d'exoplanètes par imagerie directe. La corrélation spatiale au sein d'une même clique de l'amplitude complexe et le fait que celle-ci n'est pas à moyenne nulle sont modélisés. Un estimateur classique des moments ainsi qu'un estimateur des moindres carrés non-linéaires prenant en compte les corrélations inter-pixels sont étudiés.

**Abstract** – This communication addresses the problem of estimating the parameters of complex wavefront amplitude from low-flux intensity measurements. This estimation is applied to exoplanet detection in direct imaging. The spatial correlation and the non-centrality of the amplitude are modeled. One estimator from a classical method of moment and a non-linear least squares estimator taking into account the inter-pixel correlations are investigated.

## 1 Introduction

On s'intéresse dans cet article à l'estimation des paramètres de l'amplitude de fronts d'ondes lumineuses à partir de la mesure de leurs intensités. Cette problématique liée à de nombreux systèmes optiques, intervient notamment en imagerie astronomique. L'application ici visée est la détection d'exoplanètes par imagerie directe, problème qui suscite actuellement un intérêt important [1] qui est lié au développement de nouveaux instruments tels que ESO/VLT SPHERE ou Gemini Planet Imager.

La modélisation univariée de l'amplitude du front d'onde en un point du plan focal du télescope dans le cas spécifique de la détection d'exoplanètes par imagerie directe a été récemment étudiée dans [11]. Les résultats obtenus sont à l'origine de méthodes statistiques de détection ne tenant compte que du modèle statistique monodimensionnel des mesures [6, 4]. La contribution principale de cet article est d'étudier un modèle multivarié et de proposer une stratégie d'estimation et de détection qui prenne alors en compte les corrélations spatiales du front d'onde. Le bruit de Poisson dû à la photonisation des intensités dans le modèle faible-flux étudié (temps d'expositions courts et faibles intensités des objets étudiés) est aussi modélisé.

## 2 Modèle Statistique

### 2.1 Loi des intensités

On considère le vecteur de taille  $M \times 1$  noté  $\psi(\vec{x}) = (\psi_1(\vec{x}), \dots, \psi_M(\vec{x}))^T$  des amplitudes complexes de  $M$  pixels situés dans le voisinage noté  $\mathcal{V}$  du point à la position  $\vec{x}$ . Ce vecteur résulte de la propagation du front d'onde de la lumière de l'étoile observée à travers l'atmosphère puis

l'optique adaptative et le coronographe du télescope. En étendant le modèle fort flux dérivé dans [2] au cas multivarié, l'amplitude complexe  $\psi(\vec{x})$  se décompose en la somme de deux termes :

- Le premier terme noté  $\mu \in \mathbb{C}^M$  est lié à la réponse impulsionnelle du coronographe ainsi qu'aux aberrations statiques du système optique. Ce terme déterministe qui est généralement négligé joue en rôle essentiel dans le problème de détection d'exoplanètes. Il sera supposé connu dans cet article.
- Le second terme provient des turbulences résiduelles de l'atmosphère non corrigées par l'optique adaptative et propagées à travers le coronographe. Il est modélisé par un vecteur gaussien complexe circulaire centré.

Il en résulte que le vecteur  $\psi(\vec{x})$  suit une loi gaussienne complexe circulaire :  $\psi(\vec{x}) \sim \mathcal{N}_c(\mu, \Sigma(\theta))$ , de moyenne  $\mu$  (supposée connue) et de matrice de covariance complexe  $\Sigma(\theta)$ , de taille  $M \times M$  paramétrée par le vecteur  $\theta$ .

Afin de réduire la dimension du vecteur  $\psi(\vec{x})$  et donc la complexité de la méthode d'estimation, le voisinage spatial  $\mathcal{V}$  étudié est réduit à la clique de  $M = 5$  pixels centrée sur le pixel à la position  $\vec{x}$  décrite figure 1. La pertinence de ce choix sera discutée plus bas. La structure de corrélation

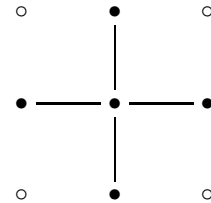


FIG. 1 – Clique de 5 pixels

associée à cette clique est décrite figure 2. De plus un

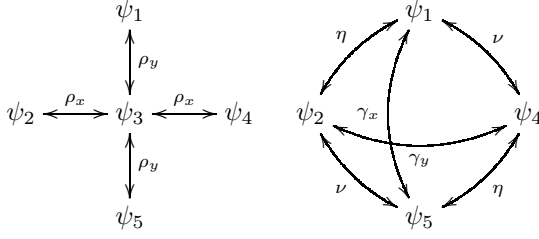


FIG. 2 – Structure de la corrélation du vecteur  $\psi$ .

raisonnement géométrique, destiné à limiter le nombre de paramètres à estimer, amène à poser

$$\rho_x = \rho_y = \rho, \quad \gamma_x = \gamma_y = \rho^2 \quad \text{et} \quad \nu = \eta = \rho\sqrt{2} \quad \text{où} \quad \rho \in \mathbb{C}.$$

La matrice de covariance complexe  $\Sigma(\theta)$  s'écrit alors :

$$\Sigma(\theta) = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & \rho\sqrt{2} & \rho & \rho\sqrt{2} & \rho^2 \\ (\rho^*)\sqrt{2} & 1 & \rho & \rho^2 & \rho\sqrt{2} \\ \rho^* & \rho^* & 1 & \rho & \rho \\ (\rho^*)\sqrt{2} & (\rho^*)^2 & \rho^* & 1 & \rho\sqrt{2} \\ (\rho^*)^2 & (\rho^*)\sqrt{2} & \rho^* & (\rho^*)\sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Le domaine de définition du paramètre complexe  $\rho$  correspond aux valeurs de ce paramètre pour lesquelles la matrice hermitienne  $\Sigma(\theta)$  est définie positive. Il est difficile d'obtenir une expression analytique des valeurs propres de  $\Sigma(\theta)$ . Cependant, ces dernières peuvent être évaluées numériquement en fonction des valeurs du paramètre  $\rho$ . La figure 3 représente en blanc dans le plan complexe les valeurs du paramètre  $\rho$  pour lesquelles la matrice  $\Sigma(\theta)$  est bien une matrice de covariance. On peut remarquer

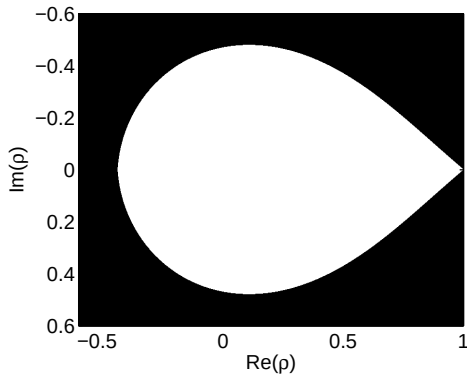


FIG. 3 – Domaine  $D_\rho$  (en blanc) de définition du paramètre  $\rho \in \mathbb{C}$  dans le plan complexe.

que l'intervalle réel  $[0, 1[$  appartient bien au domaine de définition, noté  $D_\rho$ , du paramètre  $\rho$ .

Les composantes du vecteur (de taille  $M \times 1$ ) des intensités  $\mathbf{I}(\vec{x}) = (I_1(\vec{x}), \dots, I_M(\vec{x}))^T$  sont définies par  $I_i(\vec{x}) = |\psi_i(\vec{x})|^2$ , pour  $i = 1, \dots, M$ , et sont donc proportionnelles à des lois du  $\chi^2$  décentrées de densité connues. Le vecteur  $\mathbf{I}(\vec{x})$  peut-être obtenu directement à partir du vecteur des amplitudes  $\psi(\vec{x})$  comme suit :

$$\mathbf{I}(\vec{x}) = \text{diag}(\psi(\vec{x})\psi(\vec{x})^H), \quad (2)$$

où  $\text{diag}(A)$  est le vecteur des éléments diagonaux de la matrice  $A$ . L'équation (2) montre que le vecteur  $\mathbf{I}(\vec{x})$  a pour distribution la loi de la diagonale d'une matrice de Wishart complexe décentrée [9]. Malheureusement, il n'existe pas

d'expression explicite de la densité de cette distribution dans le cas général ( $M > 1$ ).

L'intensité lumineuse en provenance de la planète suit un modèle similaire où la partie déterministe est donnée par la réponse du télescope à l'emplacement de cette planète (l'instrument utilisant un coronographe pour réduire l'intensité de l'étoile, sa réponse n'est donc pas invariante par translation dans la zone centrale de l'image). Dans la mesure où on se limite au voisinage immédiat de la planète, la partie non corrigée du front d'onde est négligeable par rapport à l'onde parfaite. On considère donc que l'intensité de la planète se résume à la réponse impulsionnelle du système à cet emplacement. Enfin, étoile et planètes étant incohérentes l'intensité totale résulte de la somme des deux contributions :

$$\mathbf{I}(\vec{x}) = \text{diag}(\psi(\vec{x})\psi(\vec{x})^T) + \alpha \mathbf{m}(\vec{x}), \quad (3)$$

où le vecteur  $\mathbf{m}(\vec{x})$  de dimension  $M \times 1$  est supposé connu et la constante  $\alpha \geq 0$  est inconnue. Soulignons que l'échantillonnage spatiale en bande I correspond à 2 pixels par largeur à mi hauteur de la tâche d'Airy, ce qui justifie pleinement le fait de ne considérer pour la détection que les 5 pixels de la clique de la figure 1. Par ailleurs (3) ne prend pas en compte la rotation de la planète dans l'image due à la rotation du champ pendant la durée de pose. Cette trajectoire étant connue, elle peut être facilement prise en compte dans la suite. En définitive, le vecteur des paramètres inconnus est  $\theta = (\alpha, \sigma^2, \rho)^T$ , le paramètre  $\alpha$  étant nul en l'absence de planète, strictement positif sinon. Cet article étudie un test d'hypothèses binaires permettant de détecter la présence ou l'absence de planètes extrasolaires défini comme suit :

$$\begin{aligned} H_0 \quad (\text{absence de planète}) : \alpha &\leq 0, \\ H_1 \quad (\text{présence de planète}) : \alpha &> 0. \end{aligned} \quad (4)$$

## 2.2 Intensité photonisée

Le vecteur des intensités exprimé en (2) et (3) correspond au cas où les images sont enregistrées sous l'hypothèse de fort-flux. Dans le cadre faible-flux, le bruit de Poisson lié à la photonisation des intensités doit être modélisé. Soit  $\mathbf{N}(\vec{x})$  le vecteur des nombres de photons associés au vecteur des intensités  $\mathbf{I}(\vec{x})$ . Alors conditionnellement au vecteur  $\mathbf{I}(\vec{x})$ , les variables aléatoires  $N_i(\vec{x})$  sont indépendantes et distribuées selon des lois de Poisson de moyennes  $I_i(\vec{x})$ ,  $i = 1, \dots, M$ . L'expression des masses de probabilité est alors (la notation  $\vec{x}$  est omise) :

$$\Pr(\mathbf{N} = \mathbf{k}) = \int \dots \int_{(\mathbb{R}^+)^d} \prod_{\ell} \frac{(I_{\ell})^{k_{\ell}}}{k_{\ell}!} \exp(-I_{\ell}) p(\mathbf{I}) d\mathbf{I}, \quad (5)$$

où  $\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_M) \in \mathbb{N}^M$  et  $p(\mathbf{I})$  est la densité du vecteur  $\mathbf{I}$  défini précédemment. Le vecteur  $\mathbf{N}$  suit une loi multivariée appelée Loi de Poisson Mélangée Multivariée dans la littérature [7, 5]. Il est bien sûr difficile d'obtenir une expression explicite des masses  $\Pr(\mathbf{N} = \mathbf{k})$  à partir de (5). Par contre, les moments joints du vecteur  $\mathbf{N}$  peuvent se calculer directement en fonction des moments joints du vecteur des intensités  $\mathbf{I}$  selon la formule suivante [5] :

$$\mathbb{E} \left[ \prod_{k=1}^M N_k^{r_k} \right] = \sum_{j_1=0}^{r_1} \dots \sum_{j_M=0}^{r_M} \prod_{k=1}^M S(r_k, j_k) \mathbb{E} \left[ \prod_{k=1}^M I_k^{j_k} \right], \quad (6)$$

où  $S(j, k)$  sont les nombres de Stirling de deuxième espèce [8] ( $S(j, k)$  est le nombre de partitions d'un ensemble de  $j$  éléments en  $k$  sous-ensembles). A ce bruit viennent s'ajouter différents bruit de lectures comme le read out noise, généralement supposé blanc et Gaussien. Ce bruit ne sera pas pris en compte dans la suite de cet article par soucis de simplicité. Les approches présentées peuvent toutefois être facilement adaptées pour en tenir compte.

### 3 Estimation des paramètres et détection

L'approche retenue consiste dans un premier temps à estimer le vecteur  $\theta$  à partir de l'observation de  $n$  vecteurs  $N^{(1)}, \dots, N^{(n)}$  distribués suivant une loi de Poisson mélangée multivariée (5). Une fois l'estimation effectuée, la stratégie de détection alors envisagée en (4) se résume à un test unilatéral sur la valeur du paramètre estimé  $\hat{\alpha}$ . Une planète est ainsi détectée si  $\hat{\alpha} > \delta_{\text{PFA}}$ , où le seuil  $\delta_{\text{PFA}}$  dépend de la probabilité de fausse alarme et peut être calculé en utilisant la distribution asymptotique (N grand) de  $\hat{\alpha}$ . Le problème de l'estimation du vecteur  $\theta$  est difficile puisqu'il n'existe pas d'expression analytique explicite des masses multivariées. On se propose donc d'estimer ce vecteur par des méthodes de moments.

Estimer les paramètres inconnus par une méthode des moments nécessite de connaître une expression théorique explicite de ces moments. Dans notre cas, une expression des moments joints du vecteur  $\mathbf{N}$  est donnée par (6) en fonction des moments joints du vecteur des intensités  $\mathbf{I}$ . Les moments joints du vecteur  $\mathbf{I}$  défini en (2) et (3) peuvent eux être obtenus à partir de résultats généraux sur les matrices de Wishart, ou directement comme combinaison des cumulants du vecteur gaussien circulaire des amplitudes  $\psi$ . Par exemple, on obtient pour  $1 \leq i \leq M$  et  $1 \leq k < l \leq M$  :

$$\mathbb{E}[N_i] = \sigma^2 + 2\mu_i + \alpha m_i, \quad (7)$$

$$\text{var}[N_i] = \sigma^4 + \sigma^2(4\mu_i^2 + 1) + 2\mu_i^2 + \alpha m_i, \quad (8)$$

$$\text{cov}(N_k, N_l) = |\Sigma(\theta)_{k,l}|^2 + 4\mu_k\mu_l\Re(\Sigma(\theta)_{k,l}), \quad (9)$$

où les  $\Sigma(\theta)_{k,l}$  sont les éléments de la matrice de covariance (1) du vecteur  $\psi$ , et  $\Re(z)$  est la partie réelle de  $z$ .

#### 3.1 Méthodes des moments

Considérons une fonction  $h(\cdot) : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}^L$  et la statistique associée :  $\mathbf{s}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(\mathbf{N}^{[i]})$  où  $n$  est le nombre d'images courte pose. Soit

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \mathbb{E}[\mathbf{s}_n] = \mathbb{E}[h(\mathbf{N}^{[1]})], \\ C(\theta) &= n \text{cov}[\mathbf{s}_n] = \text{cov}[h(\mathbf{N}^{[1]})], \end{aligned} \quad (10)$$

les expressions théoriques de la moyenne et de la covariance associée à la statistique  $\mathbf{s}_n$  en fonction du vecteur des paramètres à estimer  $\theta$ . Les deux estimateurs suivants sont alors étudiés [3] :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1 &= g(\mathbf{s}_n) \quad \text{où} \quad g(f(\theta)) = \theta, \\ \hat{\theta}_2 &= \arg \min_{\mathbf{x} \in D_\theta} \frac{1}{2} (f(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_n)^T C(\mathbf{x})^{-1} (f(\mathbf{x}) - \mathbf{s}_n), \end{aligned} \quad (11)$$

où  $D_\theta = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \times D_\rho$  est le domaine de définition du vecteur  $\theta = (\alpha, \sigma^2, \rho)^T$ . L'estimateur  $\hat{\theta}_1$  est un estimateur classique des moments tandis que l'estimateur  $\hat{\theta}_2$  est obtenu par une méthode des moindres carrés non linéaires (MCNL). Ces estimateurs sont convergents et leurs performances asymptotiques s'expriment en fonction de  $C(\theta)$ , et des matrices jacobiniennes  $G(\theta)$  et  $F(\theta)$  des fonctions  $g$  et  $f$  en  $f(\theta)$  et  $\theta$  respectivement [10].

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} n \mathbb{E}[(\hat{\theta}_1 - \theta)(\hat{\theta}_1 - \theta)^T] &= G(\theta)C(\theta)G(\theta)^T, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} n \mathbb{E}[(\hat{\theta}_2 - \theta)(\hat{\theta}_2 - \theta)^T] &= (F(\theta)C(\theta)^{-1}F(\theta)^T)^{-1} \\ &= B(\theta). \end{aligned} \quad (12)$$

L'intérêt de l'estimateur MCNL, plus complexe à calculer, est justifié par la propriété asymptotique suivante [10] :

$$G(\theta)C(\theta)G(\theta)^T \geq B(\theta), \quad (14)$$

où  $A_1 \geq A_2$  signifie que la différence  $A_1 - A_2$  est une matrice semi-définie positive. La matrice  $B(\theta)$  représente donc une borne asymptotique inférieure de la variance de tout estimateur déduit de la statistique  $\mathbf{s}_n$ .

#### 3.2 Exemples

Un estimateur MCNL  $\hat{\theta}_2$  du vecteur  $\theta = (\alpha, \sigma^2, \rho)^T$  défini en (11) repose sur la statistique  $\mathbf{s}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(\mathbf{N}^{[i]})$  associée à la fonction

$$h(\mathbf{x}) = ((x_i)_{1 \leq i \leq M}, (x_i^2)_{1 \leq i \leq M}, (x_i x_j)_{1 \leq i < j \leq M})^T. \quad (15)$$

Les moments d'ordre 1, d'ordre 2 et les moments joints d'ordre 2 sont donc pris en compte. Les équations (7, 8, 9) assurent en effet que les paramètres réels  $\alpha$ ,  $\sigma^2$  et  $\rho \in \mathbb{C}$  à estimer sont identifiables à partir de l'expression de ces moments. Comme il n'existe pas d'expression analytique simple de la matrice de pondération  $C(\theta)^{-1}$ , cet estimateur est obtenu en minimisant numériquement sur le domaine  $D_\theta$  le critère introduit en (11).

Cet estimateur est comparé avec l'estimateur des moments  $\hat{\theta}_1$  du vecteur  $\tilde{\theta} = (\alpha, \sigma^2)^T$  basé sur la statistique  $\tilde{\mathbf{s}}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{h}(\mathbf{N}^{[i]})$  associée à la fonction

$$\tilde{h}(\mathbf{x}) = ((x_i)_{1 \leq i \leq M}, (x_i^2)_{1 \leq i \leq M})^T. \quad (16)$$

Cet estimateur des moments ne prend donc pas en compte les corrélations inter-pixels. En posant  $\tilde{f}(\tilde{\theta}) = \mathbb{E}[\tilde{\mathbf{s}}_n]$ , on trouve alors à partir des équations (7, 8) l'expression suivante d'une fonction  $\tilde{g}(\mathbf{y}) = (\tilde{g}_1(\mathbf{y}), \tilde{g}_2(\mathbf{y}))^T$  de  $\mathbb{R}^{2M} \rightarrow \mathbb{R}^2$  telle que  $\tilde{g}(\tilde{f}(\tilde{\theta})) = \tilde{\theta}$  :

$$\begin{aligned} \tilde{g}_2(\mathbf{y}) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{-4\mu_i^2 + \sqrt{\Delta_i(\mathbf{y})}}{2}, \\ \tilde{g}_1(\mathbf{y}) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{y_i - 2\mu_i - \tilde{g}_2(\mathbf{y})}{m_i}, \end{aligned} \quad (17)$$

où  $\Delta_i(\mathbf{y}) = (16\mu_i^4 - 4(2(\mu_i^2 - \mu_i) + y_i + y_i^2 - y_{i+M}))$ . L'estimateur des moments défini en (11) est alors  $\hat{\theta}_1 = \tilde{g}(\tilde{\mathbf{s}}_n)$ . Soulignons que cet estimateur ne nécessite aucune procédure d'optimisation numérique contrairement à l'estimateur MCNL  $\hat{\theta}_2$ . Cependant la statistique  $\tilde{\mathbf{s}}_n$  étant la restriction de  $\mathbf{s}_n$  aux moments d'ordre 1 et 2, la variance asymptotique de cet estimateur est supérieure à celle de l'estimateur MCNL  $\hat{\theta}_2$  selon (14).

## 4 Simulations

Plusieurs simulations ont été menées afin d'apprécier l'apport de la modélisation multivariée introduite, et les performances des estimateurs retenus. Les estimateurs étudiés sont ceux introduits à la section 3.2. La procédure d'optimisation utilisée pour obtenir l'estimateur MCNL est une méthode de descente de type Levenberg-Marquardt, la fonction coût à minimiser étant pénalisée pour les valeurs en dehors du domaine de définition  $D_{\theta}$ . Cette méthode d'optimisation est initialisée par l'estimateur des moments  $\hat{\theta}_1$  des paramètres  $\alpha$  et  $\sigma^2$ , et un estimateur des moments du paramètre  $\rho$  déduit des covariances  $\text{cov}(N_k, N_l)$  pour  $(k, l) \in \{(1, 3), (2, 3), (3, 4), (3, 5)\}$  à partir de l'équation (9).

Dans les simulations de cet article les paramètres sont fixés aux valeurs suivantes :

- La moyenne  $\mu$  des amplitudes complexes est un vecteur dont tous les termes sont identiques :  
 $\mu = 2e^{i\pi/4}(1, 1, 1, 1, 1)^T$ .
- La signature de la planète  $m$  est un vecteur dont tous les termes sont identiques :  $m = 2(1, 1, 1, 1, 1)^T$ .
- la variance des amplitudes complexes est  $\sigma^2 = 10$

La figure 4 représente les variances asymptotiques théoriques du paramètre  $\alpha$  des estimateurs  $\hat{\theta}_1$  (Moment) et  $\hat{\theta}_2$  (MCNL) en fonction du paramètre  $\rho$  pour  $0 \leq \rho \leq 1$ . Cette figure montre que les performances des deux méthodes sont très proches, voire identiques dans les cas limites  $\rho = 0$  et  $\rho = 1$ .

Afin de représenter les courbes COR (probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme) empiriques associées au problème de détection présenté en (4), des données synthétiques ont été générées : 50000 échantillons de  $n = 1000$  cliques (poses de 7 sec. pendant 2 h.) ont été générées en présence de planète ( $\alpha = 0.1$ ) et 50000 sans planète ( $\alpha = 0$ ). Le paramètre de corrélation est  $\rho = 0.7$  dans ces simulations. Les courbes COR empiriques obtenues sont représentées figure 5, pour les détecteurs basés sur les estimateurs  $\hat{\theta}_1$  (Moment) et  $\hat{\theta}_2$  (MCNL). Ces résultats confirment ceux obtenus sur la performance des estimateurs, à savoir que les détecteurs basés sur ces deux estimateurs ont des performances identiques. De plus la courbe COR théorique obtenue sous l'hypothèse de normalité asymptotique de l'estimateur  $\hat{\theta}_2$  est aussi représentée (Asymptotique MCNL). Cette courbe correspond parfaitement à la courbe empirique obtenue pour des échantillons de  $n = 1000$  cliques.

## 5 Conclusion

Les simulations effectuées ne permettent pas de mettre en évidence une amélioration significative des performances de la détection lors de l'estimation conjointe de  $(\alpha, \sigma^2, \rho)^T$  par rapport au cas plus simple où seul  $(\alpha, \sigma^2)^T$  est estimé. Il est cependant envisageable d'estimer les caractéristiques des paramètres modélisant la corrélation spatiale à partir de données spécifiques issues par exemple de l'analyseur de front d'onde. La prise en compte de ces corrélations dans le critère d'estimation MCNL de  $\alpha$  devrait permettre

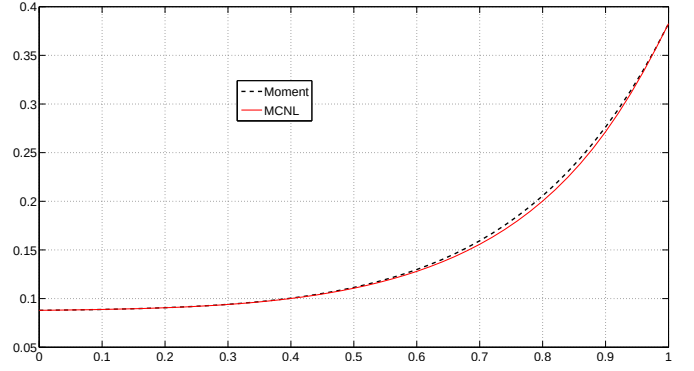


FIG. 4 – Variances asymptotiques des estimateurs du paramètre  $\alpha$  ( $\alpha = 0.1$ ) vs paramètre de corrélation  $\rho$ .

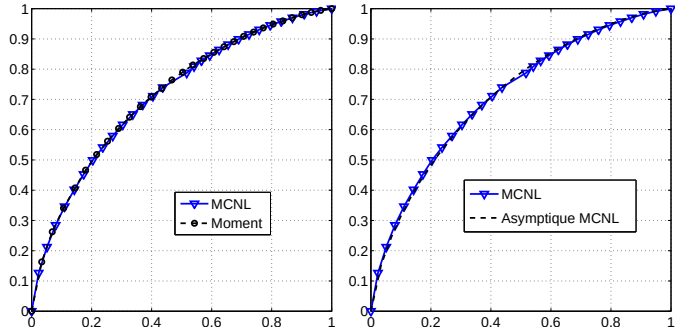


FIG. 5 – Courbes COR ( $n = 1000$ ,  $\rho = 0.7$ ,  $\alpha = 0.1$  en présence de planète 0 sinon)

d'améliorer les performances de détection.

## Références

- [1] *Direct Imaging of Exoplanets : Science & Techniques*. International Astronomical Union Colloquium 200, Nice, France, 2005.
- [2] C. Aime et R. Soummer : Influence of speckle and Poisson noise on exoplanet detection with a coronagraph. In *EUSIPCO-04*, pages 509–512, Vienna, Austria, Sept. 2004. Elsevier.
- [3] F. Chatelain, A. Ferrari et J.-Y. Tourneret : Parameter estimation for multivariate mixed poisson distributions. In *IEEE ICASSP*, volume 3, pages 684–687, Toulouse, May. 2006.
- [4] A. Ferrari, M. Carbillet, C. Aime, E. Serradel et R. Soummer : Data processing for exoplanet detection using direct imaging. In *International Astronomical Union Colloquium 200*, 2005.
- [5] A. Ferrari, G. Letac et J.-Y. Tourneret : Multivariate mixed Poisson distributions. In *EUSIPCO*, Vienna, Austria, Sept. 2004. Elsevier.
- [6] A. Ferrari, J.-Y. Tourneret et C. Aime : Analyse statistique de la détection de planète par imagerie directe. In *Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, GRETSI*, Louvain, 2005.
- [7] J. Grandell : *Mixed Poisson Processes*. Chapman & Hall, London, 1997.
- [8] N. L. Johnson, S. Kotz et A. W. Kemp : *Univariate discrete distributions*. John Wiley, New York, 2nd édition, 1992.
- [9] R.J. Muirhead : *Aspects of Multivariate Statistical Theory*. John Wiley and Sons, 1982.
- [10] B. Porat et B. Friedlander : Performance analysis of parameter estimation algorithms based on high-order moments. In *International Journal of adaptive control and signal processing*, 3:191–229, 1989.
- [11] R. Soummer, A. Ferrari, C. Aime et L. Jolissaint : Speckle statistics and dynamic range in coronagraphic images. *The Astrophysical Journal*, 2007. Submitted.